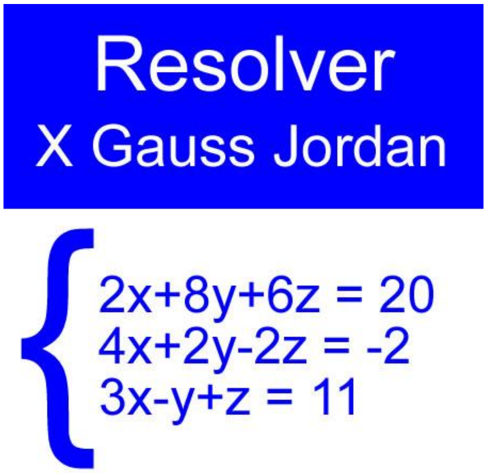
Resolver el sistema de ecuaciones de tres incógnitas usando el método de gauss jordan



Solución del ejercicio

Ya es sabido que la solución de un problema de ecuaciones puede llevarse a cabo a través de diferentes formas: el uso de matrices facilita este proceso. La solución de ecuaciones a través del algebra de matrices se realiza gracias a la implementación de ecuaciones matriciales.

Las operaciones elementales a una matriz son de intercambio de filas, operación producto escalar por fila, producto escalar por fila y suma a otra fila, suma o resta de filas.

El método de gauss jordan consiste en crear la matriz aumentada entre la matriz original y los valores numéricos independientes de la ecuación y de llevar la matriz original a matriz identidad a través de operaciones de reducción entre renglones; es decir, la matriz de la izquierda de la matriz aumentada deberá terminar como la matriz identidad y los valores de cada variable del lado derecho con los que se aumentó la matriz serán los valores respectivos de cada incógnita.

Propiedades:

- Si al terminar de reducir la matriz aumentada se obtiene que toda una fila está compuesta por ceros entonces, la ecuación tendrá infinitas soluciones.
- Si al terminar de reducir la matriz aumentada se obtiene que toda una fila excepto el valor aumentado son todos cero, entonces la ecuación no tendrá solución, será una ecuación indeterminada.

$$\begin{cases} 2x+8y+6z = 20 \\ 4x+2y-2z = -2 \\ 3x-y+z = 11 \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 8 & 6 & 20 \\ 4 & 2 & -2 & -2 \\ 3 & -1 & 1 & 11 \end{array}\right] \xrightarrow{\text{Matriz Aumentada}}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 8 & 6 & 20 \\ 4 & 2 & -2 & -2 \\ 3 & -1 & 1 & 11 \end{array}\right] \xrightarrow{\text{Mf1(1/2)}}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 4 & 3 & 10 \\ 4 & 2 & -2 & -2 \\ 3 & -1 & 1 & 11 \end{array}\right] \xrightarrow[\text{Mf1(-3)+f3}]{\text{Mf1(-4)+f2}}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 4 & 3 & 10 \\ 0 & -14 & -14 & -42 \\ 0 & -13 & -18 & -19 \end{array}\right] \xrightarrow{\text{Mf2(-1/14)}}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 4 & 3 & 10 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & -13 & -18 & -19 \end{array}\right] \xrightarrow[\text{Mf2(13)+f3}]{\text{Mf2(-4)+f1}}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 5 & 20 \end{array}\right] \xrightarrow{\text{Mf3(1/5)}}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array}\right] \xrightarrow[\text{f1=f1+f2}]{\text{Mf3(-1)+f2}}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array}\right]$$

Como resultado final se puede concluir que la incógnita $x = 2$; $y = -1$; $z = 4$;

Se puede verificar esto comprobando dichos valores en la ecuación original.

Convenciones:

Mfx(valor): Multiplicar la fila x por un valor
Mfx(valor) + filax2 : Multiplicar la fila x por un valor y sumarlo a la filax2
fx ↔ fx2: Intercambiar la fila x con la fila x2